EXERCITATIO
MATHEMATICA

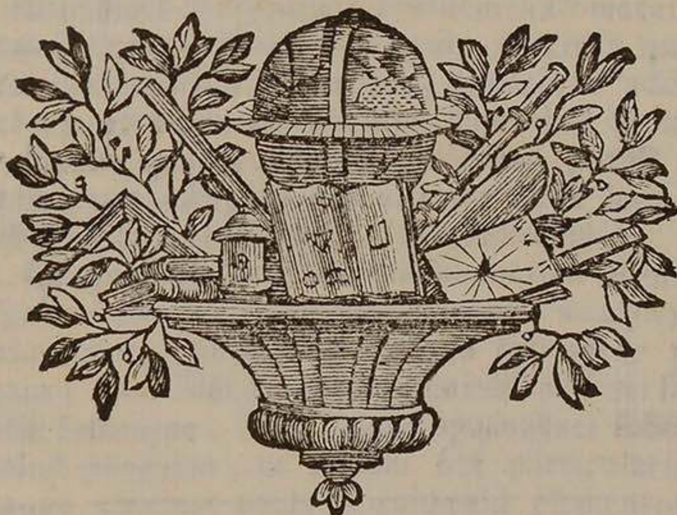
DE ANALYSI, ET ILLIUS USU IN SOLVENDIS PHYSICÆ PROBLEMATIS.

PUBLICÆ DISPUTATIONI PROPOSITA

IN AULA

MAXIMI COLLEGII

PANORMITANI S. J.



PANORMI MDCCLXVI.

EX TYPOGRAPHIA FRANCISCI FERRER.

SUPERIORUM PERMISSU.

EXERCITATIO
MATHEMATICA

DE ANALYSI, ET ILLIUS USU IN SOLVENDIS PHYSICAE PROBLEMATIS.

PUBLICAE DISPUTATIONI PROPOSITA

IN AULA

MAXIMI COLLEGII

PANORMITANI S. J.



PANORMI MDCCLXVI.

EX TYPOGRAPHIA FRANCISCI FERRER.

SUPERIORUM PERMISSU.

EXERCITATIO
MATHEMATICA
DE ANALYSI, ET ILLIUS USU IN SOLVENDIS PHYSICÆ PROBLEMATIS.

I. Ota incumbit analysis in eliciendas incognitas e quantitatibus cognitis; cæterasque, methodo sibi propriâ, juvat, & promovet scientias: generalibus enim brevissimisque formulis, innumeras exhibet veritates variis scientiis utiles.

II. Paucissima sunt, quibus innititur, axiomata: illorum præcipua sunt ista duo. Primum. Duarum quantitatum non tollitur æqualitas, si utrique addantur, vel ex utrâque detrahantur æqualia. Secundum. E duabus quantitatibus æqualibus, potest indifferenter una usurpari vel altera: unde loco primæ substitui potest secunda, & viceversâ.

III. Ut generaliores sint problematum solutiones, algebræ computo potissimùm utitur analysis; hinc enim unicâ operatione, omnia solvuntur problemata, quæ iisdem gaudent conditionibus: factâ tamen solutione, suus cuique quantitati substituitur valor proprius, ut solutio fiat particularis. Sibi itaque vindicat analysis quidquid elementorum est in arithmeticâ, & in algebrâ. Fractiones omnis generis; frequentius tamen decimales, prout magis expeditas usurpat.

IV. Quasdam tamen habet operationes sibi proprias. Prima est reductio, cujus ope simpliciores fiunt æquationes, quando terminos continent similes, vel fractionum termini non sunt inter se primi. Secunda est transpositio, quâ, servatâ æqualitate, termini unius membri, transferuntur in alterum, negativi fieri possunt positivi, & incognita remanet sola in uno æquationis membro. Tertia est substitutio, quâ successivè evanescunt quantitates incognitæ, & fiunt cognitis æquales, in quo consistit problematis solutio.

V. Problema analyticum est quæstio cui satisfieri potest per analysis operationes. Ut problema sit determinatum requiritur, ut detegi possit, mediantibus cognitis, quidquid est incognitum in quæstione. Quantitates cognitæ dicuntur problematis datæ; ex illis educuntur æquationes, cognitas inter, & incognitas, vel inter illarum relationes.

VI. Si quantitates incognitæ non multiplicentur inter se, nec habeant alium exponentem præter unitatem, problema dicitur primi gradûs; ad cujus solutionem sufficiunt operationes jam recensitæ. Si unica detegenda sit quantitas incognita; vix erit aliqua difficultas in solutione. Detegendus sit v.g. numerus cujus media, tertia, & quarta pars unitate superent numerum quæsitum. Unica sufficiet æquatio, ut inveniatur numerus 12, qui solus conditiones problematis continet.

VII. Crescente incognitarum numero, modo ut ex conditionibus, tot possint æquationes haberi, quot sunt quantitates incognitæ, crescet quidem labor, non vero difficultas. Si v. g. datâ summâ, & differentiâ duarum quantitatum quæratur utraque quantitas particularis: solutio ita satisfaciet quæstioni, ut in omni casu particulari, quantitas major sit æqualis mediæ summæ datarum, minor verò me-

diæ

diæ illarum differentiæ. Hac methodo physici determinant actiones particulares Solis, & Lunæ a elevandas maris aquas, ex eo quod cognoscatu actionum summa in Syzygiis, & differentia in Quadraturis.

VIII. Pleraque ploblemata, quæ tres continent incognitas, sunt facilia. Unum tamen proponemus maximè intricatum, ut pateat, quâ facilitate difficultates solvit analysis. Supponantur itaque tres cylindri ita conflati, ut quælibet libra primi contineat argenti 7, æris 3, stamni 6 uncias; libra secundi constet argenti unciis 12, æris 3. stamni 1. Libra denique tertii constet argenti 4, æris 7, stamni 5 unciis. Quæritur in qua proportione desumenda sit e quolibet cylindro materia, ut efformetur alter, cujus una libra contineat argenti 8, æris $3\frac{3}{4}$, stamni $4\frac{1}{4}$ uncias. Solutio ita indicabit proportionem requisitam, ut non solum præsenti problemati, sed aliis similibus satisfiat.

IX. Minorem habent difficultatem pleraque ejusmodi problemata, quæ pendent ab ea, quæ dicitur alligationis regula. Si duæ merces pretii diversi venire debeant pretio medio, facile invenietur, qua proportione fieri debeat illarum permixtio, ad hoc, ut pretium illud medium æquivaleat valori cujusque proprio.

X. Aliquando solutio pendet a physicæ principiis; ex eo quod, v. g. metalla liquidis immersa, tantum de suo pondere deperdant, quantum gravitat par liquidi volumen; solvi potest problema de coronâ aureâ, quam Hiero Syracusarum Rex dedit Archimedi, ùt iste, illæsâ coronâ, detegeret, an, & in qua proportione immixtum fuisset argentum.

XI. Problemata dicuntur ejusdem gradûs, ad quem elevantur incognitæ. Solutio igitur illorum, qui non

ſunt primi gradûs, ſupponit potentiarum formationem, & reſolutionem. Hac de re, generalior ut ſit methodus, Nevvtoni formulam de binomio, ad potentiam quamlibet elevando uſurpamus. Hac methodo quævis quantitas, per ſimplicem ſubſtitutionem, propoſitam acquiret dignitatem; & patebunt operationes neceſſariæ ad radicum extractionem. Quoad numeros, ſi non poſſit haberi radix exacta, quamproximam dabunt fractiones decimales.

XII. Reſolvendum ſit ſecundi gradus problema. 1. Si plures contineat incognitas, ad unicam reducetur. 2. Idem æquationis membrum ſoli occupabunt termini, in quibus reperitur incognita. 3. Poſitivum fiet, ſi opus ſit quadratum incognitæ, & ab omni coefficiente liberabitur. 4. Perficietur quadratum membri continentis incognitam. Tunc factâ radicis extractione, ſola remanere poterit incognita. Methodum triplici indicabimus exemplo Plura inferius traditυri.

Primum. Datis ſumma, & producto duarum quantitatum, utramque detegere.

Secundum. In ſuppoſitione quod Sol centuplo majus lumen emittat quam Stella; invenire punctum inter utrumque, in quo ſpectator æqualem luminis quantitatem acciperet tum a Sole, tum a Stella.

Tertium. Si intra mercurium, & barometri ſummitatem, remanſerit determinata aeris quantitas, reperire altitudinem, quam obtinebit mercurius in barometro. Duæ ultimæ ſolutiones pendent a Phyſicæ principiis: nempe 1. Lumen eſt, cæteris paribus, in ratione inverſa quadratorum diſtantiarum. 2. Aer tanto magis rareſcit, quanto minus comprimitur.

XIII. Proportiones, & progreſſiones tum arithmeticæ, tum geometricæ juris ſunt analytici, illarum enim

enim proprietates ita demonstrat analysis, ut facile solvi possint, quæ proponuntur hac de re problemata. Corpus ex altitudine, suæ permittatur gravitati; spatia cujuslibet instantis erunt in progressione arithmeticâ. Poterit autem assignari spatium quolibet instanti percurrendum, & numeratis instantibus, habebitur summa spatiorum, ac proinde mensura altitudinis, ex qua decidit corpus. Quin imo, cognito dumtaxat ultimi instantis spatio, cognoscentur tempus descensûs, summa progressionis, omnesque termini particulares. Similiter si corpus sursum perpendiculariter projiciatur, dato tempore elapso antequam deciderit, cognoscetur altitudo, ad quam pervenit. In his omnibus præscindimus a medii resistentia.

XIV. Proportionum geometricarum innumeri sunt usus in Physica: illarum ope v. g. variæ habentur expressiones velocitatum, temporum, & spatiorum. ex eo nempe, quod in motu uniformi velocitas sit in ratione directâ spatii, & inversa temporis; tempus erit in ratione directa spatii, & reciproca velocitatis, & spatium in ratione compositâ temporis, & velocitatis. In motibus autem acceleratis, quia spatia sunt, ut quadrata temporum, seu velocitatum in fine acquisitarum; possunt velocitates, & tempora exprimi per radices quadratas spatiorum. Idem dici debet de motibus uniformiter retardatis.

XV. Pleraque problemata ad ænei tormenti jactum relativa exigunt, ut motus uniformiter accelerati, vel retardati reducantur ad uniformes. Hoc autem fit, si in motu accelerato, supponatur velocitas initio totaliter acquisita, & in retardato constans supponatur velocitas initialis: sed tunc duplicari debent spatia, vel adhiberi tempus duplo minus.

XVI. His omnibus circa mechanicam demonſtratis: analytico-geometricum ſolvemus problema, ex quo precipuè pendet artificioſus æneorum tormentorum jactus. Sic autem ſe habet. Dato triangulo rectangulo, cujus hypotenuſa ſit ad horizontem inclinata, alterum e lateribus ſit verticale, alterum horizontale: Supponendo præterea quod mobile motu uniformi pergat juxta verticale, cum velocitate, quæ ſit, ut illius radix quadrata; detegendæ ſunt altitudines, ex quibus decidere deberent duo mobilia, ut acquirerent velocitatem, quâ poſſent alia duo latera percurrere, quo tempore luſtratur verticale.

XVII. Hujus problematis ſolutio aliorum dabit ſolutionem.

Primum. Cognitâ vi pulveris-pyrii, & conſtituto mortario in qualibet inclinatione; invenire 1. punctum lineæ horizontalis perpendiculariter correſpondens maximæ altitudini, ad quam pervenit globus projectus; 2. invenire diſtantiam, ad quam decidet.

Secundum. Determinare, inclinationem mortarii requiſitam, ut globus perveniat ad maximam a mortario diſtantiam.

Tertium. Determinare quam debeat habere mortarium inclinationem, ut globus perveniat ad datam diſtantiam, modo tamen illa non ſuperet maximam ad quam pervenire poteſt.

Quartum. Si mortarium in ſummitate montis, vel arcis collocetur, & dirigatur horizontaliter; determinare 1. in planitie ſubjecta punctum, quod attinget globus: 2. velocitatem communicandam, ſi detur punctum, quod attingere debet.

Quintum. Si mortarium ſit in loco depreſſo, & globus arcis ſummitatem attingere debeat; determinabitur inclinatio ad talem effectum neceſſaria.

Sextum. Si globis decidentibus debeant everti tecta domorum; datâ distantiâ, assignabitur inclinatio, quæ tali favet effectui.

In septimo tandem problemate determinabitur natura curvæ, quam sequitur globus projectus. In his omnibus geometricè simul, & analyticè procedemus; & continuus erit proportionum usus.

XVIII. Formula generalis, in quâ continetur omnis proportio demonstrat, & oculis subjicit æqualitatem producti extremorum, & mediorum; demonstrat pariter omnes inversiones, quæ fieri possunt in terminis servatâ proportione.

XIX. Datis tribus proportionis terminis, semper invenietur quartus. Hinc regula trium, cujus innumeros usus nemo ignorat. Quomodo hac utantur Astronomi, ut tempus verum ad medium reducant, ostendemus. Datâ scilicet æquatione temporis pro duabus horis meridianis subsequentibus, ut reducantur horæ intermediæ, sufficit regula trium.

XX. Hæc regula est aliquando composita, & dicitur regula Societatis: Si v.g. plures in communem Societatem diversas contulerint pecuniarum summas, & dividendum sit lucrum, vel damnum proportionaliter ad pecuniarum summam a quocumque collatam, & ad tempus, quo quisque permansit in Societate, omnes illæ circumstantiæ possunt unicâ exhiberi formula, quæ generaliter solvet similia problemata.

XXI. Si proportio sit continua, quadratum termini medii æquatur producto extremorum. Hinc solvitur problema nauticum: Datâ scilicet longitudine telluris diametri; & distantia oculi Spectatoris a Maris superficie, determinare distantiam navis a littore, quod incipit videri; vel si detur illa distantia; determinare longitudinem diametri

Telluris. ſimili methodo Phyſici determinant altitudinem auroræ borealis, data locorum diſtantia, ex quibus conſpicitur.

XXII. Suam etiam habent formulam generalem progreſſiones geometricæ, ex qua variæ illarum educuntur proprietates, quas refferre poſſemus: Sed præſtat problemata reſolvere, tunc enim dabitur locus illarum demonſtrationi.

XXIII. Solvendum ſit argumentum, vel potius paradoxum Zenonis: Scilicet Achilles unâ leucâ diſtans a teſtudine, illam inſequitur, ſed nunquam aſſequetur: decies enim velociùs currat, quam teſtudo; peractâ leucâ, decimâ leucæ parte diſtabit a teſtudine; peractâ decimâ parte, diſtabit centeſimâ, & ſic in infinitum; poteritque ſemper aſſignari diſtantia Achillem inter, & teſtudinem; illam igitur Achilles nunquam aſſequetur. Sic Zeno cujus evaneſcet difficultas, ſi demonſtretur omnes terminos progreſſionis, quæ continet ſpatium a teſtudine percurrendum, donec illam Achilles attigerit, non conficere ſpatium infinitum: licèt illi termini ſint numero infiniti; ſed nonam dumtaxat leucæ partem. Hoc ut oſtendatur, ſufficit ſi detur ſumma omnium terminorum progreſſionis ſubdecuplæ. Solutio erit generalis, ut ſatisfiat difficultati, quæcumque ſupponantur velocitates reſpectivæ.

XXIV. In progreſſione deſcendente, minima eſt ſumma terminorum, licèt illi termini ſint numero infiniti: contra verò immenſa fit ſumma terminorum progreſſionis aſcendentis, licet non multi ſint illius termini. Quod exemplo patebit. Ad Scacchiorum, ſeu latrunculorum ludum, neceſſaria ſunt ſexaginta quatuor quadrata. Inventori illius ludi offerebatur merces quæcunque placeret, petiit ille, ut ſibi daretur unum frumenti granum, pro pri-

mo

mo quadrato ; duo pro secundo ; quatuor pro tertio , & sic in progressione dupla , usque ad sexagesimum quartum quadratum . Substituto , in formula , terminorum valore , reperitur summa, viginti numericis characteribus constans , & sufficiens onerandis 889599926 navibus , quarum quælibet sex salmarum millia contineret , salma 240 rotulos rotulusque 30 uncias .

XXV. Sed hisce levioris momenti relictis : ad problemata Physica redibimus ; aliosque analysis usus, alia solvendo problemata indicabimus . Supponamus gravitationem corporum universalem , & mutuam , qualem multi Physici contendunt existere, id est in ratione directa corporis attrahentis . De causâ hujusce gravitationis parum solliciti , inquiremus dumtaxat , an effectus , quos producere debet , cum phænomis hactenus observatis concordent . Quocirca varias analyticè demonstrabimus propositiones .

XXVI. Si corpora per vires centripetas , id est versus centrum aliquod tendentes , describant circulorum circumferentias . Si v. g. Planetæ per attractionem Solis retineantur in orbitis circularibus : vires illæ centripetæ sunt quolibet instanti exiguissimo , ut quadratum velocitatis instantaneæ , divisum per orbitæ diametrum . Cum ergo diametri sint , ut radii , expressio illarum analytica erit quadratum velocitatis instantaneæ per simplicem a centro revolutionis distantiam divisum . Circulares supponimus Planetarum orbitas , licèt revera sint ellipticæ ; sed leges gravitatis eædem forent , quamvis essent circulares : quia ipsi circuli sunt ellipses , quarum excentricitas est infinitè parva .

XXVII. Datâ expressione vis centripetæ ; facilè detegetur quomodo vis illa se habeat in variis a centro distantiis : Si enim comparetur Lunæ gra-

vi-

vitas in Terram, cum gravitate corporum terrestrium; patebit gravitates illorum corporum in Terram, esse in ratione inversa quadrati illorum a centro Terræ distantiæ.

XXVIII. Quod eadem lex gravitatis vigeat in Planetis circa Solem gyrantibus, demonstrabitur ex eo, quod Planetæ circa Solem revolvantur intra tempora periodica, quorum quadrata sunt, ut cubi distantiarum a centro revolutionis.

XXIX. Velocitas corporis motu uniformi circumferentiam discribentis, est æqualis velocitati, quam acquireret, si vi gravitatis, qua detinetur in circulo, cadendo liberè, percurreret motu uniformiter accelerato mediam partem radii, cujus describit circulum.

XXX. Cognitâ ergo gravitate corporis, in determinata a centro distantiâ, determinabitur velocitas necessaria, ut in hac distantia, corpus describat orbitam. Determinabitur pariter tempus integræ revolutionis: erit enim semper ad tempus necessarium, ut percurratur media pars radii, ut orbita ad radium integrum.

XXXI Hinc ut corpus circulariter actum vires habeat centrifugas, quales requiruntur, æquales scilicet suæ gravitati; integram percurrere debet orbitam, quo tempore funependulum longitudinis radii, duas conficeret oscillationes. Hæc propositio nititur Hugenii demonstratione, qua constat tempus oscillationis in arcu cycloidali quocunque, esse ad tempus, quo corpus ex media altitudine funependuli descenderet, ut circumferentia ad diametrum.

XXXII. Nunc determinari potest, an in hypothesi motus terræ diurni, corpora, quæ sunt in illius superficie, debeant abire per tangentes, an vero remanere debeant immota respectivè ad terram;

Fa-

Facto enim computo demonstratur, quod etiam in æquatore ubi debet esse maxima vis centrifuga; corporum gravitas sit decies & septies major viribus illorum centrifugis, quæ proinde nullam possent producere corporum dispersionem.

XXXIII. Si Planetæ in diversis a centro distantiis, suas describerent orbitas intra idem tempus; illorum velocitates, & vires centrales essent in ratione directa distantiarum; & quia in hypothesi motus terræ, varia illius puncta conficerent suam revolutionem, intra idem tempus; vires centrales corporum, quæ forent in eadem superficie Sphærica, essent directè, ut illorum ab axe distantiæ; idcirco diximus vires centrifugas corporum, quæ sunt in æquatore esse omnium maximas.

XXXIV. Si in eadem suppositione Planetarum velocitates essent æquales, tempora revolutionum periodica, essent directè, ut illorum a centro distantiæ; vires autem centrales essent in ratione reciproca earundem a centro distantiarum.

XXXV. Si velocitates essent in ratione reciproca distantiarum, vires centrifugæ essent in ratione reciprocâ cuborum earundem distantiarum: & quia veri Planetarum motus fiunt in orbitis a circulo diversis, sed quarum partes exiguæ non differunt ab arcubus circuli quolibet instanti variabilibus, debent vires Planetarum centrifugæ esse in quolibet orbitæ puncto in ratione reciprocâ cuborum distantiarum.

XXXVI Posito quod vires Planetarum centripetæ sint in ratione inversa quadratorum distantiarum, quales re vera demonstrantur; velocitates illorum sunt inversè, ut radix quadrata distantiarum, & tempora revolutionum periodica sunt, ut radices quadratæ cuborum distantiarum.

XXXVII.

XXXVII. Vi legum hactenus circa vires centrales statutarum, possunt Planetæ in variis a Solis distantiis projecti, ellipses describere regulares, quarum Sol focum occupet; possunt Satellites eodem modo circa suos Planetas gyrare: hoc autem demonstrare, Physicorum est, & geometrarum, supponendo quod Planetæ non gravitent nisi in centrum suæ revolutionis. Nostrum erit ostendere cur ellipses illæ non sint regulares, & immobiles in suppositione gravitatis mutuæ omnium corporum.

XXXVIII. Ut varii determinari possint effectus gravitationis universalis, debent cognosci massæ corporum cœlestium, in quibus vigere supponitur hæc gravitatio. Demonstratur autem quantitates materiæ in corporibus Systhematis nostri Planetarii, esse inter se directè, ut cubos distantiarum, ad quas circa hæc, alia revolvuntur corpora, & inversè, ut quadrata temporum periodicorum illarum revolutionum.

XXXIX. Hac methodo non possunt haberi, nisi massæ respectivæ Solis, Terræ, Jovis, & Saturni, quia scilicet alii Planetæ non habent Satellites: operæ tamen pretium est Lunæ massam detegere; aliam itaque viam tentabimus, supponendo cum Domino Bernoulli, vires Lunæ ad elevandas maris aquas, esse ad vires Solis ut 5. ad 2., nec gratuita erit suppositio cum ex observationibus deducatur; hinc habitâ ratione distantiarum, comparari poterunt vires Lunæ cum viribus Solis; & quia, cæteris paribus vires sunt ut massæ, habebitur ratio massarum Solis, & Lunæ.

XL. Datis corporum Cœlestium massis, & illorum diametris, determinari poterit densitas illorum respectiva, saltem media, idest, qualem haberent, si servatâ eadem materiæ quantitate, & magnitu-

di-

dine, forent homogenea; poterit pariter determinari pondus, quod haberet successivè idem corpus, si successivè in illorum superficie collocaretur.

XLI. Supponebat Copernicus Planetas circa Solem immotum gyrare. Non potest in præsenti Systhemate, hæc admitti Suppositio. Centrum tamen revolutionis Solis, non multum distare debet ab ipso Solis centro. Demonstrari enim potest, quod licèt omnes Planetæ essent in eadem lineâ rectâ, & ex eadem parte respectu Solis, centrum commune gravitatis, circa quod gyrarent Sol, & Planetæ, vix unâ Solis diametro distaret a centro Solis. Hæc distantia multo minor est, quando Sol reperitur varios inter Planetas: debet tamen semper aliqua remanere Solis agitatio, & quidem diversa, pro vario Planetarum situ: non mirum ergo si Solis motus apparens non sit perfectè regularis.

XLII. Sicut Planetæ Solem turbant, debent etiam sese mutuò turbare. Constat observationibus, Saturni viam immutari, quando Jupiter est illi proximus; & demonstratur Saturni gravitatem in Solem, tunc temporis fieri majorem una $\frac{1}{212}$ sui parte: conspirant enim actiones Solis, & Jovis. Hinc retrogradatio aphelii Saturni.

XLIII. Turbatio Saturni est omnium maxima quæ notetur inter Planetas primarios; quia pendet ab actione Planetarum maximi, & vero si analyticè quæratur, quantum de sua in Solem gravitate deperdant Planetæ inferiores, per actionem superiorum, quando sunt in conjunctione: reperietur quod Jupiter per actionem Saturni non deperdat nisi $\frac{1}{2723}$ gravitatis suæ partem, Mars per actionem Jovis non de-

deperdit nisi $\frac{1}{12512}$; alii multo minus: unde turbationes illæ observari non possunt, nisi in quantum constat illorum aphelia in orientem progredi: sicut enim aphelia Saturni per gravitatis augmentum regrediuntur, ita progredi debent aliorum aphelia per imminutionem gravitatis in Solem.

XLIV. Lunæ perturbationes ortæ ab actione Solis, præstare debent effectus valde sensibiles: si enim proportionales essent viribus Solis absolutis, Luna non posset circa Terram gyrare: sed quia vires Solis in Lunam nullas producerent in eâ perturbationes respectu Terræ, si vires illæ essent æquales viribus ipsius Solis in Terram, Luna turbari non debet, nisi per differentiam virium quibus Sol agit in Terram, & Lunam; & analysis ope reperitur quod Luna in syzygiis deperdat octogesimam tertiam partem dumtaxat suæ gravitatis in Terram. Hinc progressio apsidum, Lunâ in syzygiis versante.

XLV. Eædem Solis vires augent gravitatem Lunæ in Terram, Lunâ in quadraturis versante. Augmentum illud computatione reperitur duplo circiter minus, quam sit imminutio gravitatis in syzygiis. Hinc licèt regrediantur apsides, Lunâ in quadraturis versante, regressus ille non compensat progressum.

XLVI. Propter actionem mutuam Lunæ, & Terræ, erunt necessario irregularitates in illarum circa Solem orbitis: licet irregularitates orbitæ Telluris non debeant esse sensibiles, habita ratione massæ Lunæ, & distantiæ Terræ a Sole: duo tamen sunt quoad nos effectus sensibiles, qui licèt pendeant ab actione simultaneâ Solis, & Lunæ, a Luna maximâ ex parte pendere demonstrabimus. Primus est Maris aquarum elevatio, & depressio bis in die. Secundus est immutatio parallelismi axis Terræ, unde

de

de ſequitur æquinoctiorum præceſſio.

XLVII. Dum corpora nobis vicina variis irregularitatibus ſunt obnoxia, nullis laborare videntur Stellæ fixæ: eundem enim hodie inter ſe ſervant ordinem, quem habuiſſe referunt antiquiſſima ſcientiarum monumenta: tanta ſcilicet demonſtratur ex deffectu paralaxis annuæ, illarum diſtantia, ut evaneſcant vires quibus corpora noſtri ſyſthematis poſſent in illas agere.

XLVIII. Si in Stellis ſupponatur tendentia mutua; dicendum eſt illas non minus a ſe invicem quam a nobis diſtare, quod enim aliæ ellipſes, aliæ circulos deſcribant, quorum diameter eſt 40", mera eſt apparentia, quæ nullam ſupponit actionem mutuam, & optimè explicatur per combinationem progreſſionis ſucceſſivæ luminis, & motus terræ annui.

XLIX. *Hactenus hypotheſim ſecuti, varia luſtravimus naturæ phænomena, illorumque cauſas indicavimus, quas tamen deffendere minimè cordi eſt: hoc unicè curantes, ut analyſis uſus in rebus phyſicis oſtendamus. Licèt autem circa cubos ſæpius verſata ſit quæſtio; nulla tamen ſoluta ſunt tertii gradus problemata propriè dicta. Subjiciemus itaque regulas, quibus graduum ſuperiorum problemata reſolvantur.*

L. Supponimus unicam in æquatione remanere incognitam: ſi plures fuiſſent potuiſſent evaneſcere. Tot erunt valores, ſive radices quantitatis incognitæ, quot unitates continebit illius exponens: ſolutio conſiſtit in eo, quod detegantur illi valores.

LI. Æquationum ſuperiorum formatio multas indicabit illarum proprietates ſolutioni utiles. 1. Scilicet in æquatione ordinata, coefficiens ſecundi termini æquatur ſummæ radicum; coefficiens tertii æquatur ſummæ productorum radicum ex ſingulis binis;

coe-

coefficiens quarti æquatur summæ productorum ex singulis ternis. Sic successivè usque ad ultimum, qui æquatur producto omnium radicum. 2. Tot erunt radices positivæ, quot sunt signorum permutationes, tot negativæ, quot eorundem successiones.

LII. Hinc si signa sint alternatim positiva, & negativa, radices erunt omnes positivæ. Si desit aliquis terminus, sunt aliæ positivæ, aliæ negativæ, & si desit secundus terminus, summa positivarum æqualis est negativarum summæ.

LIII. Æquationum solutiones vulgò præcedere debent variæ præparationes. Radix v. g. debet augeri vel imminui quantitate data; aliquando præstat illam multiplicare, vel dividere per datam quantitatem: possunt autem hæc omnia fieri, licèt radix sit incognita. Aliæ sunt operationes, ut compleantur æquationes, in quibus desunt termini, aliæ ut tollantur termini, ut a fractionibus, & signis radicalibus liberentur.

LIV. Tres sunt formulæ, ad quarum unam reduci potest æquatio cubica, cujus secundus evanuit terminus. His itaque solutis, soluta sunt quæcunque tertii gradus problemata.

LV. Methodus generalis, qua possunt investigari radices, consistit in eo, quod omnes ultimi termini divisores successivè cum signis positivis, & negativis quantitati substituantur incognitæ: quando per substitutionem, omnes numeri, tùm positivi, tum negativi evanescunt; reperta est radix.

LVI. Longa quidem erit operatio; ultimus enim terminus sæpe multos continet divisores. Tunc æquatio poterit in aliam transformari, cujus ultimus terminus pauciores contineat.

LVII. Quacunque tamen diligentiâ adhibeatur hæc methodus, non in omni casu dabit radices quæsitas. Reperiri enim non possunt radices, quæ constant

ftant numeris fractis vel irrationalibus. In his tamen casibus possunt assignari limites æquationis, id est duo numeri quorum differentia sit exigua, & inter quos contineatur radix. Quoad hæc problemata regulas generales satis sit indicasse: unius enim solutioni vix sufficeret tempus exercitationi nostræ præscriptum.

FINIS.





MISCELLANEA

„ ſono pronti a profondere eziandio per la penetra- „ zione di quei momenti, di cui dice lo Spirito Santo: „ *Non eſt veſtrum noſſe tempora, vel momenta, quæ* „ *Pater poſuit in ſua poteſtate*.

46. Prima di venire al punto dell' Immacolata Concezione, di cui certamente parla il P. Concina, permettetemi, P. riveritiſſimo, che io a Voi manifeſti un mio ſtordimento ſu quell' animoſa brama del P. Concina, con cui vorrebbe, che la controverſia del Probabiliſmo (per lui *certamente definibile*) ſia con ſentenza definitiva terminata, e per queſto poterſi anche ſpargere il ſangue. La controverſia del Probabile a' noſtri dì è aſſai ventilata nelle Scuole Cattoliche. Che poſſa ſeguirſi l'opinione probabile vien ſoſtenuto da moltiſſimi Dottori. Molti e molti di varie Scuole ne cita il Giballino Franceſe *de ſcient. canon l. 3. c. 7. quæſt. 4.* Cento ottantanove ne cita il Saraſa Fiammingo *de art. ſemper gaudendi tr. 4. n. 49.* Ancor più ne riferiſce Terillo Ingleſe, e dopo queſti il Gobat Alemanno. Or nelle controverſie ſolite agitarſi nelle Scuole io non leggo, che vi ſia ſtato impegno a far decidere la ſua opinione con definitiva ſentenza; come pretende il P. Concina, che ſia deciſo il ſuo Probabiliſmo, e per quello ſembra pronto a ſpargere il ſangue. Onde ſe mai dal Romano Pontefice ſi faceſſe una tal ardita dimanda, io credo, che ſi riſponderebbe ciò, che un tempo riſpoſe Siſto IV. Quando queſto Papa ſedea nella Cattedra di S. Pietro, cioè nel Secolo decimoquinto nel Regno di Aragona ſoleaſi da taluni porgere alla Santiſſima Vergine queſta preghiera: *Peccatores non abhorres, ſine quibus nunquam fores tanto digna Filio*. In queſta preghiera, come ognun vede, ſi ſuppone la ſentenza de' Tomiſti, cioè, che, ſe Adamo non peccava, l'Eterno Verbo non ſi ſarebbe incarnato. Molti furono de' Teologi, che ad una tal maniera di pregare ſi oppoſero. Si eccitò un gran contraſto; e però convenne ricorrere a Roma, e in tal tempo, come ſi è detto, da Siſto IV. governavaſi la Chieſa. Egli, ancorchè prima aveſſe veſtito l'abito di S. Franceſco, e come ſeguace del Sottiliſſimo Scoto aveſ-

aveſſe imparato, ed inſegnato la dottrina contraria a' Tomiſti, così nondimeno riſponde:

Cum duplex ſit opinio Catholicorum Doctorum circa cauſas præcipuas Incarnationis Verbi divini intuentium; altera, quod ſi Adam non peccaſſet, Dei Filius humanam carnem non aſſumpſiſſet; altera, quòd etiamſi non fuiſſet humana natura in primo Parente lapſa, adhuc Dei Filius carnem aſſumpſiſſet; & opinio utraque pietati, fidei, auctoritatibus, & rationibus ſubſiſtat: cumque priori opinioni verſus illi innitantur, dicimus, quidquid contra dictos verſus attentatum fuit, temerarium, præſumptuoſum, & pœna dignum præſumptum fuiſſe, tanquam contra opinionem a Doctoribus Catholicis poſitam. Franciſcus Diagus Ord. Prædic. lib. 1. Annal. Arag. cap. 33.

In queſta maniera ſtabilì Siſto IV. doverſi parlare delle ſentenze ſoſtenute da' Cattolici; ma non ſo, ſe così ſi ſia praticato dal P. Concina: ſia non mio, ma d'altri il giudizio, ſe a lui competa quel *temerarium, præſumptuoſum &c.* Io fratanto dal P. Concina dimando: Il Papa, da cui dipende ogni ſentenza definitiva, quale probabilità avrebbe da dichiarare come articolo di fede? Non potrebbe dichiarare, che ſia illecito ſeguire l'opinione o probabiliſſima, o più probabile; perocchè ſi opporrebbe ad Aleſſandro VIII., che condannò quella theſi, *Non licet ſequi opinionem vel inter probabiles probabiliſſimas*, ed a Clemente V., che lodò l' opinione più probabile de' Teologi. Reſta dunque, che, come brama il P. Concina, condanni con definitiva ſentenza l' opinione meno probabile, e ſi proponga per articolo di fede il Probabilioriſmo. Or ſi finga, che dal Vaticano eſca una tal condanna; con queſta non ſi porrebbe argine all' opinioni rilaſſate, che così il P. Concina, come i ſuoi Contrarj vogliono mandare in eſilio. Il Difenſore d' un opinione meno probabile rilaſſata direbbe, che per lui non è quella, meno, ma più probabile. Qual urgenza dunque v'ha di dar ſentenza definitiva, venuta, per quel ch' io ſappia, in capo al ſolo P. Concina? Il male è nella pratica,

